

1次元土砂移動シミュレーションにおける勾配 $\tan \theta$ の評価法

1. 1次元計算の難しさ？

土砂移動シミュレーションには、平面2次元計算と1次元計算があります。平面2次元計算は、主に正方形の格子を作成し、格子ごとに地盤高を設定して計算を行います。1次元計算と比較して地形表現の精度が高く、河道の湾曲や拡幅などの影響が適切に評価できます。よって、詳しい土砂移動現象の再現、遊砂土工などの施設効果の評価や氾濫域の推定などに用いられています。ただし、データ量が多くなるため、PCの計算に要する時間が長くなることが多く、広い面積や長い距離の計算は困難となる場合がしばしば起こります。一方、1次元計算の地形データは、縦断方向の測点ごとの断面データのみとなるので、PCの計算負荷が少なく短時間で計算できる利点があります。現実的に、面積30~50km²以上の流域の土砂移動を再現する場合は、1次元計算が採用される場合が多いと思われます。

上記のように1次元計算は、計算に用いるデータの作成しやすさとPCの計算に要する時間が短い利点がありますが、水理量の評価の際には課題も多くあります。1次元計算の断面データは、簡便に矩形断面とされることが多いです。しかし、横断図の河床高は、傾斜していますのでどこを計算河床高に設定するか検討する必要があります(図-1)。河床幅の設定についても同様です。したがって、データ設定はもちろんのこと、水理量の評価の際には、2次元計算ではそれほど難しくなくても1次元計算ならではの難しさがあります。その難しさの一つが、勾配 $\tan \theta$ の評価です。 $\tan \theta$ は、流動中土石流の平衡濃度の計算に用いられるため、土砂移動量への影響が非常に大きいです。

「Programming Topics」では、プログラミングの基礎的な内容を説明するのではなく、土砂水理解析など実際のプログラミングの話題、役立つような考え方やプログラミングの技術情報を親しみやすい内容で紹介することを目的としています。今回は、 $\tan \theta$ の評価に着目し1次元計算での運用について考えてみたいと思います。

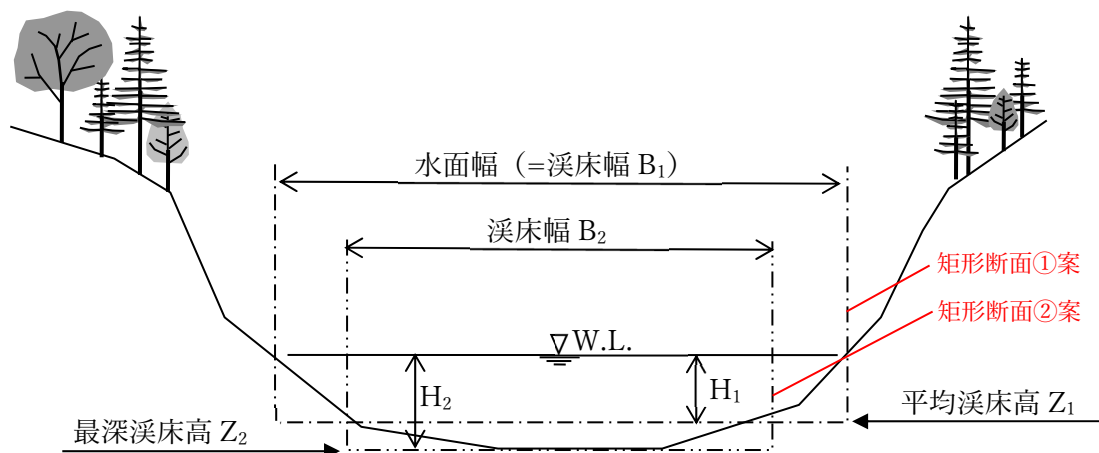


図-1 一般断面の流下断面に対して矩形化した例¹⁾

1) Office.bit (2024) : 矩形断面の土砂水理特性, Programming Topics, No.6, pp.6.

2. 勾配 $\tan \theta$ の評価法

勾配 $\tan \theta$ は、河床面の底面摩擦力 τ_0 (剪断力の反作用) を評価する変数であり、 τ_0 はエネルギー勾配 I_e を用いて次式の通りあらわされます。

$$\tau_0 = \rho g R I_e \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 ρ : 流体 (水) の密度, g : 重力加速度, R : 径深

I_e は、底面単位面積当たりの重量 $\rho g R$ に対する摩擦係数のような意味を持っています。通常、2次元計算では、この I_e を $\tan \theta$ ととらえることが一般的です。また、 Manning式が適用できる領域では、(3)式の通り計算できます。(※土石流の領域では別な式を適用)

$$\tan \theta = I_e \dots \dots \dots (2)$$

$$I_e = \frac{\tau_0}{\rho g R} = \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} \quad (\text{※ Manning式の適用可能領域}) \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 n : Manningの粗度係数, v : 流速

また、 I_e は定常流における剪断力と底面摩擦力の釣り合いの式から次式の通り定義されます。

$$I_e = - \frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha v^2}{2g} + H \right) \quad (\text{※ 下流方向を正にとったとき}) \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 x : 流下方向の距離, H : 水位, α : エネルギー補正係数(=1.0~1.1)

(4)式は、速度勾配 V_s と水面勾配 H_s を用いると以下の通りあらわされます。

$$I_e = - \frac{d}{dx} \frac{\alpha v^2}{2g} - \frac{d}{dx} H = V_s + H_s \dots \dots \dots (5)$$

つまり、流速の変化が少ない状況では $V_s \doteq 0$, $I_e \doteq H_s$ となり、水面勾配はエネルギー勾配のよい近似値となります。さらに、河床高を Z 、水深を h 、河床勾配を Z_s 、水深の変化を Δh とすると、水面勾配は次式の通りとなります。

$$H = Z + h \dots \dots \dots (6)$$

$$H_s = - \frac{d}{dx} H = - \frac{d}{dx} Z - \frac{d}{dx} h = Z_s + \Delta h \dots \dots \dots (7)$$

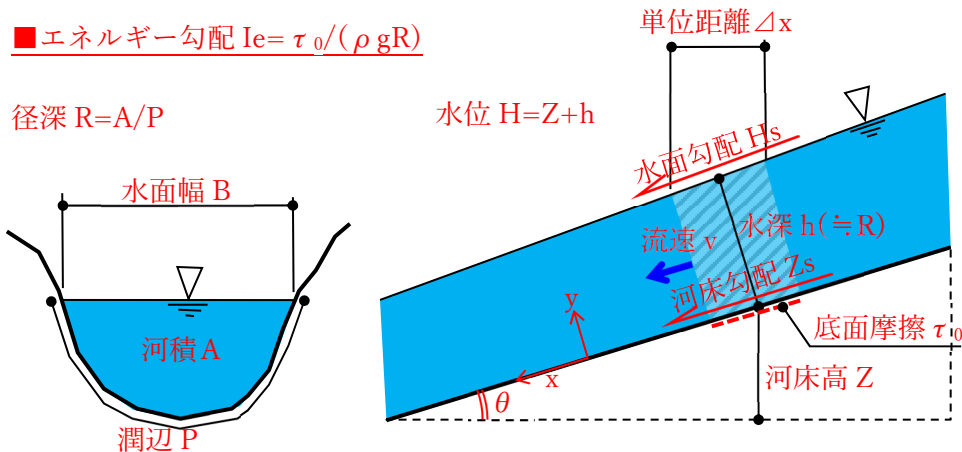


図-2 エネルギー勾配 I_e , 水面勾配 H_s , 河床勾配 Z_s の関係

つまり、水深の変化が少ない状況では $\Delta h \doteq 0$, $H_s \doteq Z_s$ となり、河床勾配は水面勾配のよい近似値となります。

以上をまとめると、エネルギー勾配 I_e は流速変化が少ないとき水面勾配 H_s で近似でき、さらに、水深変化が少ないとき河床勾配 Z_s で近似できます。等流の状態では、 $I_e = H_s = Z_s$ となります。

通常の1次元計算の測点間隔は50～200mと2次元計算（格子間隔は5～20m程度のケースが多い）と比較して格子の間隔が長いため、河床高や河床幅の変化の著しい上流域では、極端に小さな水深が計算される場合があります。その際、小さな水深を用いて(3)式でエネルギー勾配を算出（ $R \doteq h$ として算出）すると過大な値が算出されることがあります。よって、計算の安定性を考慮すると、エネルギー勾配に何らかの閾値を設けて補正する必要があります。また、閾値を設けずに計算しようと考えたとき、エネルギー勾配の近似値として水面勾配や河床勾配を用いる案が出てきます。

次の章では、 $\tan \theta$ として、 I_e を用いた時と H_s を用いた時の計算結果の違いについて分析することとします。 Z_s については、河床勾配の逆転（下流の方が河床高が高くなる）が起きた時の計算結果に与える影響が大きく、その処理が困難となる場合があるので、今回の分析では対象外とします。

3. 比較計算結果

3-1 計算条件の概要

今回行ったテスト計算は、「 $\tan \theta$ の評価によりどの程度計算結果が変わるのか？」と「その影響に関する若干の考察」を目的としています。詳しい分析は、流入ハイドロ設定条件、地形データ、河床材料や流砂量の計算条件など整理する必要がありますが、ここでは割愛します。

テスト計算の対象流域は、流域面積40km²、流路延長16kmの小河川で、河床勾配は1/100～1/5と急勾配の河川です（図-1）。本川の計算上流端は溪床勾配10°であり、土石流の流入があります。土砂流入のある主な支川は4つ（支川A、支川B、支川C、支川D）あり、土石流もしくは掃流砂として土砂が流入します。支川Aと支川Bの合流点付近は、過去の土砂災害実績や地形上土砂洪水氾濫を起こしやすい河岸高の低い地形となっています（図-2）。

計算は、以下の2ケースの計算を行いました。Case1は、 $\tan \theta$ をエネルギー勾配としますが、計算の安定のため閾値として上限勾配を設けて、上限勾配を超えたエネルギー勾配が計算された場合は、上限勾配を $\tan \theta$ として計算することとします。

計算ケース

Case1： $\tan \theta$ はエネルギー勾配 I_e ※ただし、上限勾配を1/5で設定

Case2： $\tan \theta$ は水面勾配 H_s

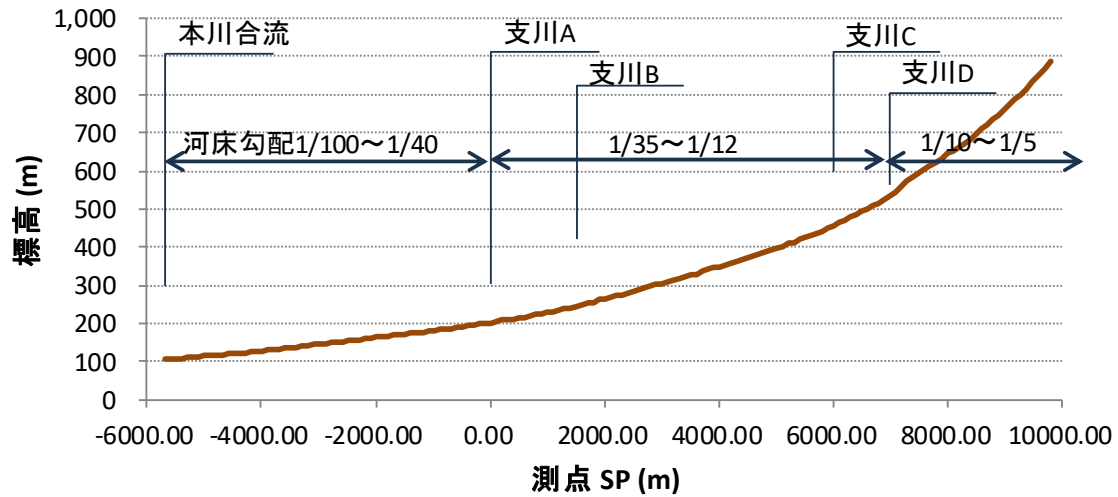


図-3 テストデータの縦断形

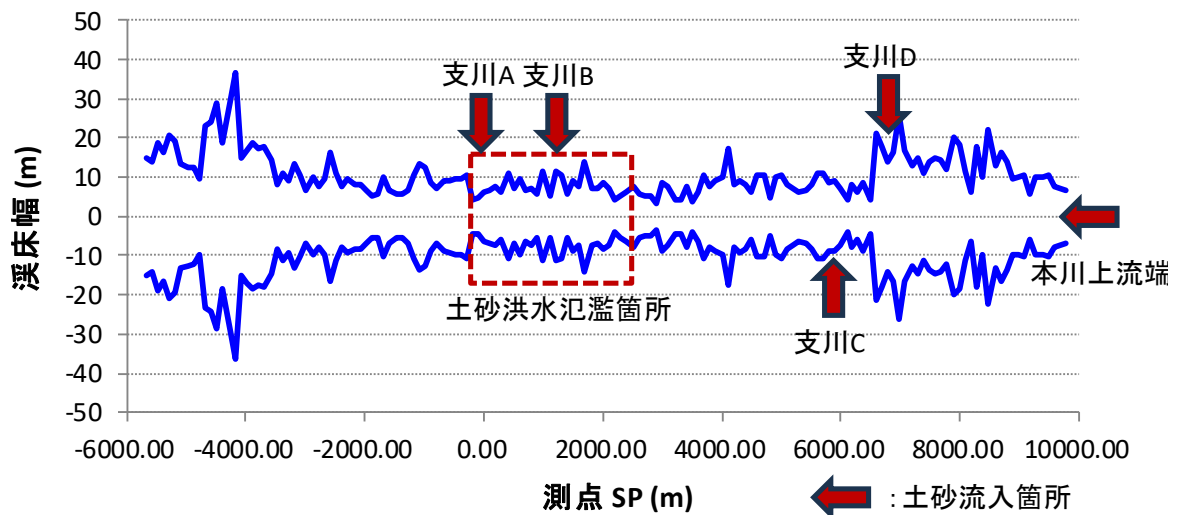


図-4 テストデータの渓床幅と土砂流入箇所

3-2 計算結果の比較

2 ケースの計算河床変動高を比較します。ケース別の変動高は、近い値となっている区間（区間①，区間③）と明らかに異なっている区間（区間②，区間④，区間⑤）分けられます。区間別の違いについて表-1 に整理します。区間②は、両ケースとも堆積区間となっていますが、Case1 のほうの変動高（堆積高）が大きくなっています。区間④は、Case1 が侵食傾向、Case2 が堆積傾向となっており、侵食堆積が逆になっています。区間⑤における Case1 は、侵食と堆積を交互に繰り返し変動高が大きいです。Case2 は侵食傾向であり、Case1 と比較してそれほど変動高は大きくありません。

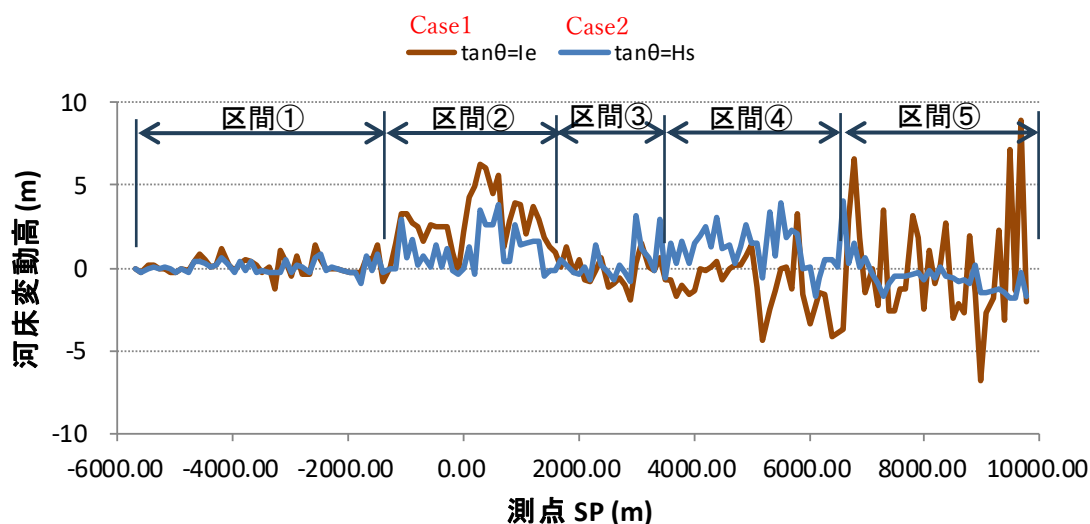


図-4 河床変動高の比較

表-1 区間別の計算結果の違い

区間	距離 (m)	Case1 : $\tan \theta = I_e$	Case2 : $\tan \theta = H_s$
区間①	SP-5680 ~SP-1081	変動高は小さい	左に同じ
区間②	SP-1081 ~SP1800	著しい堆積区間となっている	堆積区間となっている
区間③	SP1800 ~SP3500	変動高は小さい	左に同じ
区間④	SP3500 ~SP6680	侵食区間となっている	堆積区間となっている
区間⑤	SP6680 ~SP9780	侵食と堆積を交互に繰り返し 変動高が大きい	侵食区間となっている

これらの違いの原因について簡単に考察するために、計算時間別の I_e 及び H_s を示します。おおよその流量のピーク時刻は 36hr であり、その前後、30hr, 38hr, 40hr のグラフを作成しました。

Case1 のエネルギー勾配 I_e の変化は、Case2 の水面勾配 H_s と比較して大きくなっており、特に区間④、区間⑤の上流域においては、激しい変化となっています。 I_e の上限に達している断面も複数存在しており、計算上、不安定になりやすいことが推察できます。一方、Case2 の水面勾配 H_s は、上流端から下流端まで、1/5~1/100 まで変化しながらも徐々に値が下がっています。その意味で計算の安定性に寄与していることを示しています。計算の測点間隔は 100m であり、Case2 の河床変動高の大きいところで約 4m であることを考慮すると変動高に対して測点間隔が約 25 倍と長いので、 H_s は河床勾配に比較的近く大きな変化が表れにくいと考えら

れます。これに対して、Case1 は、上流域において水深や流速の変化が著しく、その結果として I_e は激しい変化となることがわかります。

Case1 は Case2 より計算が不安定となっているので、Case2 のほうが適切と考えられなくもありません。しかし、理論上の $\tan \theta$ はエネルギー勾配とされていること、土砂洪水氾濫箇所（SP0～SP2500、区間②上流～③下流）の堆積が著しい Case1 のほうが土砂災害リスクを評価する上で適しているということもできます。また、Case2 は、計算の安定性と引き換えに、変動量が平均化される可能性も考えられます。したがって、どちらの計算方法が適切かを選定する上では、過去の土砂移動実績に対する実績再現計算により判定する必要があると思われます。

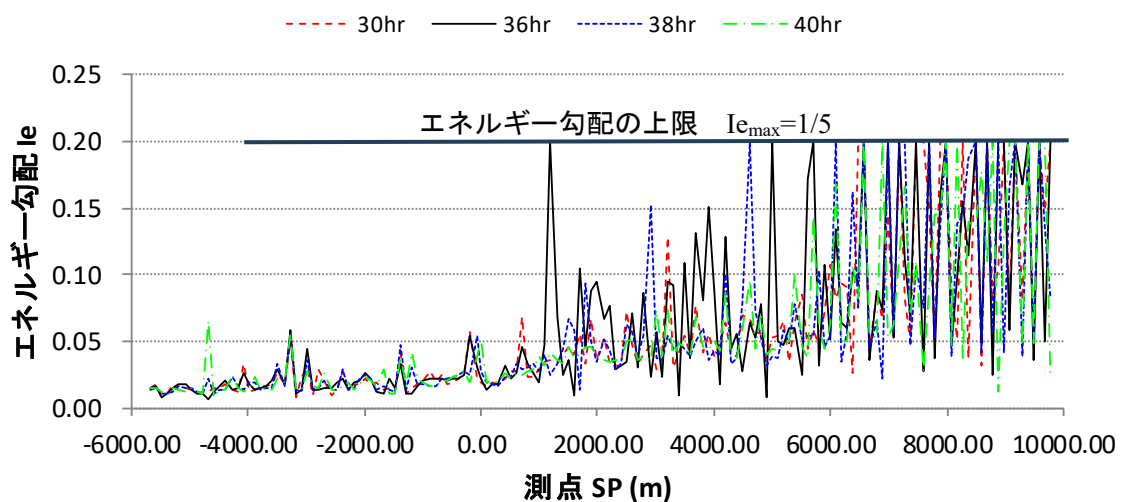


図-5 Case1 のエネルギー勾配 I_e の変化

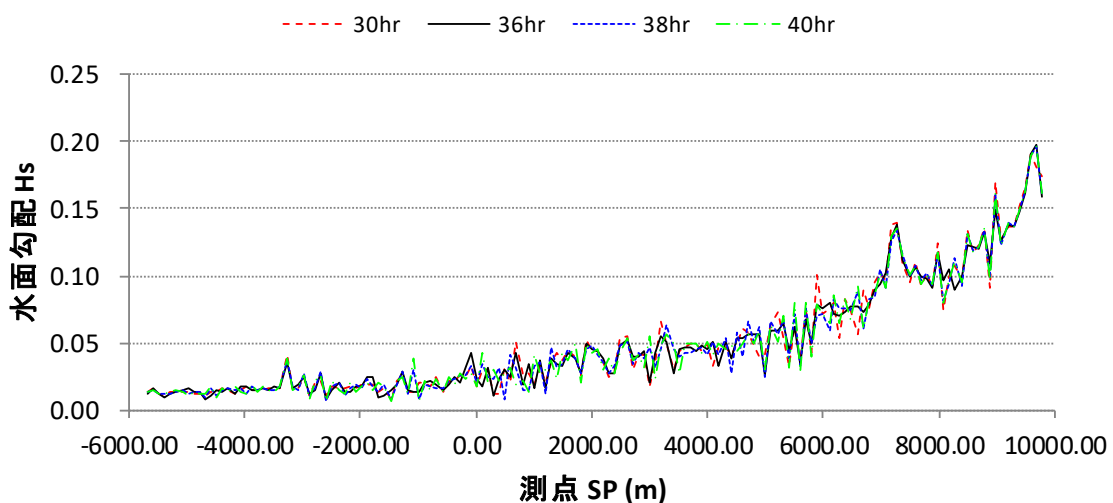


図-6 Case2 の水面勾配 H_s の変化

4. まとめ

1次元計算の $\tan \theta$ の評価には、主に、2つの方法が考えられます (①エネルギー勾配 I_e (Case1) と②水面勾配 H_s (Case2))。①エネルギー勾配 I_e とする方法は、理論に忠実であり、2次元計算では通常使用されています。ただし、1次元計算では水深の計算精度の影響で計算が不安定になりやすく、実用上は、安定性を確保するため上限値を設定することが必要になると思われます。一方、②水面勾配 H_s とする方法は計算が安定しやすい利点があります。ただし、計算安定のため変動高が小さめに計算される可能性があります。よって、適切な判定のためには、実績再現計算による分析が必要となると考えられます。

実績再現計算の際に、①エネルギー勾配 I_e を採用する場合は、計算の不安定が計算結果に悪影響を及ぼさないように、②水面勾配 H_s とする場合は計算の精度を確保するため、以下の点に留意して検討を行うことが考えられます。

① エネルギー勾配 I_e を採用する場合の留意点

- ・計算の安定のため、 I_e の上限を計算対象区間における河床勾配の上限程度に設定
- ・場合によっては、土砂動態の変化する区間別に上限を設定
 - ※Case1 の I_e の上限設定区間を細かく分けるほど、計算結果は Case2 に近づきます。細かく分けすぎると、 I_e を使用する意味がなくなります。
- ・特に、上流域においては、適切な侵食高の評価のため、固定床 (岩盤高) に関するデータ (露岩分布、ボーリング調査データなど) の収集と設定
 - ※異常な侵食高が計算されると考えられる場合は、現地データに基づき固定床 (岩盤高) を設定し侵食量を抑えることで堆積量も少なくなります。

② 水面勾配 H_s を採用する場合の留意点

- ・計算の精度を確保するため、測点間隔が長くなりすぎないように適切に設定
 - ※過去の事例から判断される測点間隔は、50~200m 程度であることが多いです。測点間隔が長いと水面勾配は平均化されやすく、河床変動量が小さくなる可能性があります。実際、測点間隔を短くすると断面数が増えるので、作業量が増加します。よって、現実的な測点間隔は 50~100m 程度 (200m は長い思う?) とするほかないと思われます(^^)

今回の投稿は、1次元計算アプリ Simulation_1D_Ver2 のバージョンアップに関連して資料を作成しました。

資料を作成してみて思ったことは、実務に際しては $\tan \theta$ を②水面勾配 H_s とする方が、計算が安定し無難だなど思いました。もし、実績土砂移動の再現をする機会があり、詳しい実績データが存在する場合は、再現性の向上のため①エネルギー勾配 I_e とする方法も検討の余地に入ってくるのではないかと思います。もし、そのような場合に本記事のことを思い出していただければ嬉しいです(^^)

それでは、また、機会を見つけて情報発信していきたいと思います。今後ともよろしくお願いたします m(__)m