bit Programming Topics No.6

令和６年３月８日

矩形断面の土砂水理特性

1. １次元シミュレーションの作業に“あるある”のはなし

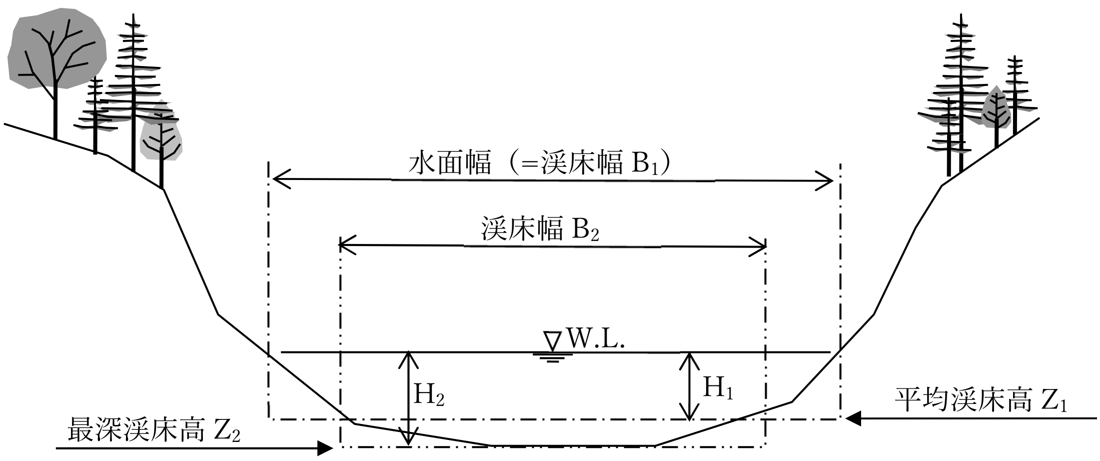
皆さん、ご無沙汰しております。ほぼ、１年ぶりの投稿となってしまいすみませんでした。サボっていたわけではないのですが、bitProject について皆さんに理解していただきたく、業務対応をメインに作業しておりました。業務の中でどのようにアプリが活用できるかを説明できるのと新たなバージョンアップのアイデアも浮かんできているので、それなりに有意義に過ごしてまいりました。

１次元土砂移動シミュレーションの検討作業においては、流入ハイドログラフの検討と地形データの作成が主要な作業となってきます。地形データの作成は、現地調査、DEM データや空中写真などをもとに計算位置の横断図を矩形断面に近似して用いるのが一般的です。しかし、実績の土砂移動の流下痕跡などの詳しい情報がある場合はまだいいのですが、情報の少ない渓流に対してデータ設定を行う際は、渓床幅の設定や渓床高の設定に迷うことも少なくありません。

「Programming　Topics」では、プログラミングの基礎的な内容を説明するのではなく、土砂水理解析など実際のプログラミングの話題、役立ちそうな考え方やプログラミングの技術情報を親しみやすい内容で紹介することを目的としています。今回は、横断図を矩形断面化する際の方法と留意点について情報提供するため、流下能力と流砂量の観点から若干の考察を行いました。これについてご報告します。

2. 横断図の矩形断面近似

１次元シミュレーションの地形データを作成する際は、横断図（一般断面）の起伏を均した平均断面を想定することが多いです。この平均断面の一つの形式が矩形断面です。様々な形状を持つ一般断面を四角い形に近似するわけですから、一般断面が有する水理特性を損なわないように矩形化する方法が考えられてきました。洪水や土砂移動痕跡のデータが存在する場合は、任意に渓床高と渓床幅を設定すること



図－1　　一般断面の流下断面に対して矩形化した例

も度々おこなわれます。しかし、そのようなデータが存在しない場合や客観的な指標により矩形断面を設定しようとするときは、しばしば、洪水の流下断面を計算で求め、それを平均化することが考えられています。図－1 は流下断面を矩形化した例です。流下断面は、計算の目的に応じて平均年最大流量や計画洪水流量などを用いることがよいと思います。矩形化の方法は、流下能力を近似しようとする目的で流下断面積 A に等しい矩形断面を考えることにします。この方法には、およそ 2 つの方法があり、一つは水面幅を渓床幅 B_1 と設定し、高さを $H_1=A/B_1$ で求め平均河床高を $Z_1=WL-H_1$ で設定する**方法①**です。もう一つは、最新渓床高 Z_2 に対して水深 $H_2=WL-Z_2$ を求め、平均渓床幅 $B_2=A/B_2$ で設定する**方法②**です。

この 2 つの方法のどちらがよいのかという疑問が生じるのですが、正直、どちらの方がよいのかすぐには判断ができなかったので、次に、一般断面を簡略化した台形断面ととらえ、水理特性などを比較してみます。

3. 矩形断面の土砂水理特性

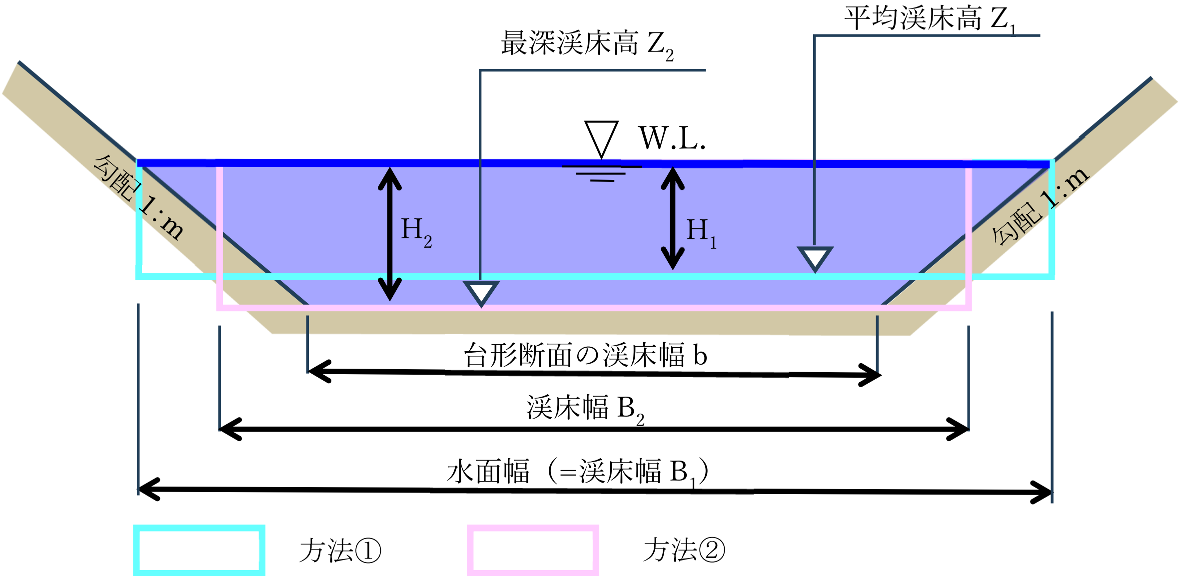
3-1 矩形断面の断面特性

一般断面は様々ですが、簡便に図－2 に示すような左右岸の勾配が 1：m の台形で近似できたと仮定します。図中に方法①（水色の□）と方法②（桃色の□）を示します。ここで、2 つを比較する前に矩形断面の断面特性を調べます。仮に流下断面積が $A=50m^2$ だったとします。矩形断面の幅 B が変化すると H（=A/B）が小さくなります。この関係を示したのが図－3 です。

矩形断面の幅を B、水深を H とすると、潤辺 P と径深 R は以下の通り示されます。

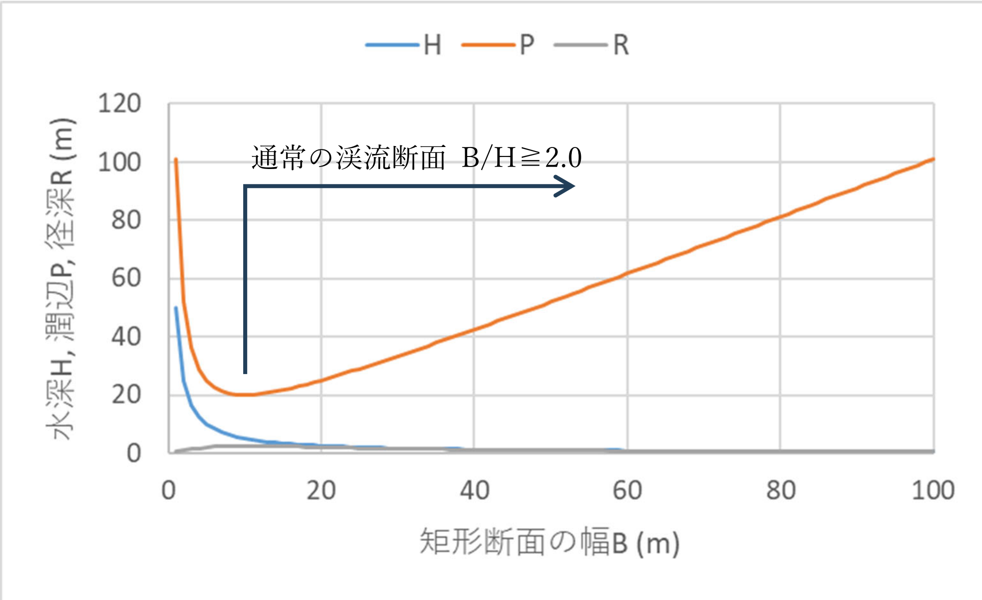
$$P = B + 2H \qquad (1)$$

$$R = \frac{A}{P} \qquad (2)$$



図－2 矩形断面の模式図

幅の違いによる潤辺の変化は、幅が B=10、水深 H=5 の時 P=20 で最小となります。さらに、B/H=2 で径深が R=2.5 で最大となることを示しています。これらは、単に図形上の特性を示しています。これを実際の渓流の当てはめて考えると、ほとんどの場合 B/H≧2.0 であり、通常、B が広くなるほど P が増加し、R が低下することを示しています。方法①の B_1 は常に方法②の B_2 を上回る関係にあることから、それぞれの方法の径深を R_1, R_2 とすれば、$R_1 < R_2$ という関係にあることを意味します。



図−3　矩形断面の特性　※流下断面積 A=50m² のとき

3-2　矩形断面の流下能力

次に台形断面、方法①、方法②の流下能力を比較します。流下能力はマニングの等流計算により算出します。

$$Q = Av = A\frac{1}{n}R^{2/3}I^{1/2} \qquad (3)$$

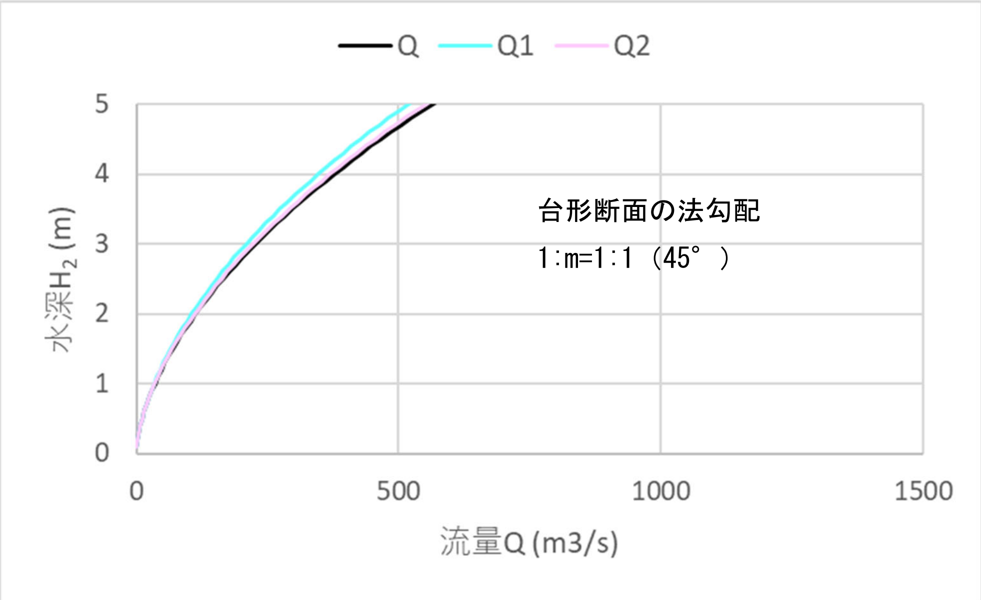
ここに、Q：流量（m^3/s）, v：流速（m/s）, n：マニングの粗度係数($m^{-1/3}/s$) , I：渓床勾配

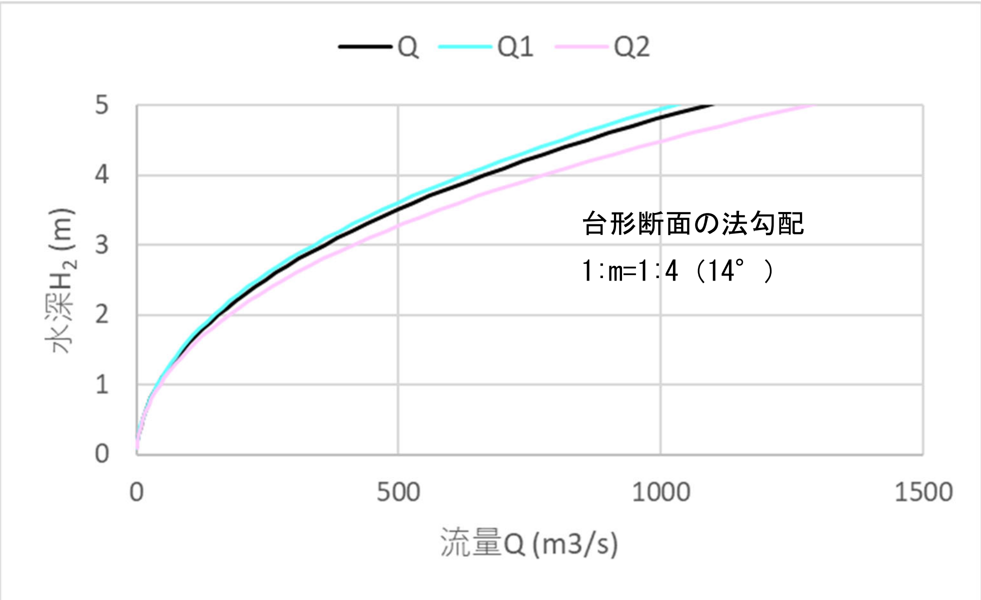
粗度係数 n=0.04, 渓床勾配 I=1/50, 台形断面渓床幅 b=10m として流下能力を計算します。台形断面、方法①、 方法②の流下能力をそれぞれ、Q, Q_1, Q_2 とします。台形断面の法勾配については、1:m=1:1（45°）と 1:m=1:4（14°）の 2 通り計算します。

計算の結果を水位－流量曲線図（H－Q 図）にしまします（図－4）。先ほど申し上げた通り、$R_1 < R_2$ という関係があるので、どの法勾配においても $Q_1 < Q_2$ となっていることがわかります（Q_2 のグラフは Q_1 のグラフの右側）。しかし、台形断面との関

係を比較すると、法勾配の急な1：1のとき Q_2 のほうが台形断面の流下能力に近く、緩い1：4のとき Q_1 のほうが近く Q_2 はずれが大きくなることがわかります。$Q=Q_2$ となる法勾配はほぼ1：1.33です。このとき、台形断面の径深 $R=R_2$ となります。

台形断面の流下能力より矩形断面の流下能力が小さければ、計算水位は高くなること、逆に大きければ水位は低く計算されることが予想されます。台形断面を一般断面と考えれば、矩形断面は台形断面の流下能力に近いことが矩形断面へ近似させるうえで理想となります。よって、断面形状の違いにより、矩形断面の設定方法を選択すること、例えば、上流のV次谷の区間では方法②、下流の幅の広い渓流区間では方法①を選択することなどが考えられます。





図－4　　矩形断面のH－Q図

※粗度係数 $n=0.04$，渓床勾配 $I=1/50$，台形断面渓床幅 $b=10m$

3-3　矩形断面の流砂量

砂防で扱う流砂量には土石流も含まれますが、ここでは、掃流砂量を対象として分析を試みます。流砂量を計算するのに用いる掃流力及び無次元掃流力は以下の通り計算されます。

$$\tau_0 = \rho gRI \quad \cdots\cdots (4)$$

ここに、τ_0：掃流力（N/m^2），ρ：流体（水）の密度（kg/m^3）, g：重力加速度（9.8 m/s^2）　また、摩擦速度$u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$と定義すると、

$$\tau_0 = \rho gRI = \rho u_*^2 \quad \cdots\cdots (5)$$

さらに、流砂量を計算する際に用いられる無次元量として、重要な値として無次元掃流力τ_*があります。粒径を d(m), 砂礫の密度をσ（kg/m^3）とすると次式の通りとなります。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho-1)gd} \quad \cdots\cdots (6)$$

流砂量式は様々な計算式がありますが、最も簡便なブラウン式により流砂量を考えることにします。ブラウン式は単位幅流砂量を q_B（m^3/s）として以下の通りです。

$$\frac{q_B}{\sqrt{(\sigma/\rho-1)gd^3}} = 10\tau_*^{\frac{5}{2}} \quad \cdots\cdots (7)$$

計算式をいくつか並べましたが、着目してほしい点は以下の通りです。ひとつは、(7)式より流砂量が無次元掃流力τ_*の 2.5 乗に比例するという点です。もう一つは、(4), (5), (6)式より、無次元掃流力τ_*は、

$$\tau_* = \frac{gRI}{(\sigma/\rho-1)gd} \quad \cdots\cdots (8)$$

となり、径深に比例するという点です。つまり、ブラウン式に則れば、流砂量が径深の 2.5 乗に比例するということを意味します。

(3)式より流下能力は径深の 2/3 乗に比例します。図－4 の流下能力の違いは河積 A を一定と考えているので、径深 R の違いのみもたらされていることがわかります。流砂量は､R の 2.5 乗に比例するいうことから､矩形断面の近似する方法の違いにより、図－4 の流下能力より大きな違いをもたらすことが予想されます。

4.　まとめ

以上より、矩形断面の土砂水理特性を分析してきましたが、まとめとして 1 次元土砂移動シミュレーションの地形データを作成する際の留意点を考えてみました。台形

断面を一般断面に見立てて分析した結果ではありますが、ポイントは法勾配が 1:1.33 より急なのか緩いのかによって最適な方法に違いが出るという点です。流下能力の評価が矩形断面への近似により上昇すれば、土砂氾濫に対して危険側となることや流砂量が減少すれば土砂移動量の過小評価につながります。大まかには、

1. **渓岸勾配が急、V 次谷区間など　→　方法②が適切**
2. **渓岸勾配が緩い、渓床幅の広い区間　→　方法①が適切**

と考えます。これらにかかわらず、砂防堰堤の堆砂区間においては、渓床高を最深渓床高とし、堆砂量（堆砂面積）が横断図の堆砂面積と等しくなるように渓床幅を設定する必要があると思われます。この考え方は流下断面を堆砂断面に置き換えて考えているので、方法②に近い考えと思われます。

このほか、砂防区間においては、渓岸勾配が急なことが多いこと、実績再現計算において渓床変動高との対比を行うことがあるので、渓床高を最深渓床高に取る方法②のほうが適していることが多いと思われます。一方、河川区間においては、河岸勾配が緩いことが多いこと、土砂移動量より流下能力の評価が重要となってくるので、方法①のほうが適すると思われます。

最後に、表－1 に方法①と方法②の特徴を整理しておきます。地形データの作成の際の参考としてください。

表－1　地形データの矩形近似の方法の特徴

矩形近似の方法	河岸の法勾配が緩いもしくは渓床幅の広い区間		河岸の法勾配が急もしくはＶ次谷の区間		特徴
	流下能力	流砂量	流下能力	流砂量	
方法①	適切 ※一般断面より若干小さな値	適切	方法②より小さい	過小評価となることがある	・渓床高は平均渓床高として設定 ・河川区間の設定に適する
方法②	過大評価となることがある	過大評価となることがある	適切	適切	・渓床高は最深渓床高なので、実績の渓床変動高との対比がしやすい ・砂防区間の設定に適する

久しぶりの投稿となり、資料作成に 3 日をようしてしまいました(^^ゞ1 次元シミュレーションのデータ設定は、ある意味、2 次元シミュレーションより知識が沢山必要だといわれることもあります。また、機会を見つけて情報発信していきたいと思います。今後ともよろしくお願いいたします m(__)m